

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

สาระสำคัญ

อนุกรม

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับจำกัดที่มี n พจน์ จะเรียกการเขียนแสดงการบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ว่าอนุกรมจำกัด (finite series)

ให้ S_n แทนผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม นั่นคือ

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

อนุกรมเรขาคณิต (geometric series) คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี r เป็นอัตราส่วนร่วม ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต คือ

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

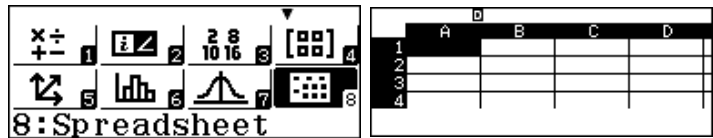
นักเรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูสนทนากับการเขียนแสดงการบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ เรียกว่าอนุกรมจำกัด และอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิตจะเรียกว่าอนุกรมเรขาคณิต จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 4 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
3. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรม ดังนี้
4. จากใบกิจกรรมที่ 4 ข้อที่ 1 มีแนวทางการหาคำตอบดังนี้

- 1) ใช้ MENU 8 : Spreadsheet



- 2) ใน Column A จะป้อนค่า n ตั้งแต่ 1 – 10 ทำดังนี้

- ใน cell A1 ป้อน 1 กด **[1]** **[=]**

	A	B	C	D
1	1			
2				
3				
4				

- ใน cell A2 กด **[OPTN]** **[1]**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

Fill Value
Value :
Range :A2:A2

- ป้อนสูตร กด **[ALPHA]** **[(-)]** **[1]** **[+]** **[1]** **[=]**

Fill Value
Value :A1+1
Range :A2:A2

- กำหนด Range A2:A10 กด **[>]** **[>]** **[>]** **[>]** **[>]** **[>]** **[DEL]** **[1]** **[0]**

Fill Formula
Form =A1+1
Range :A2:A10



Fill Value
Value :A1+1
Range :A2:A10

- กด **[=]** **[=]** ใน Column A
จะแสดงค่า A1 – A10

	A	B	C	D
1	1			
2	2			
3	3			
4	4			

=A1+1

3) ใน Column B จะป้อนค่า ลำดับเรขาคณิต $a_1 = 4$ และ $r = 3$ ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell B1  

	A	B	C	D
1	1			
2	2			
3	3			
4	4			

- ใน Cell B1 ป้อนค่า $a_1 = 4$ กด **4** **=**

	A	B	C	D
1	1	4		
2	2			
3	3			
4	4			

- ใน cell B2 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

Fill Formula
Form =
Range :B2:B2

- ป้อนสูตร กด **ALPHA** **⋮** **1** **X** **3** **=**

Fill Formula
Form =B1×3
Range :B2:B2

- กำหนด Range B2:B10 กด

      **DEL** **1** **0**

Fill Formula
Form =B1×3
Range :B2:B10

- กด **=** **=** หน้า Column B
จะแสดงค่า B1 – B10

	A	B	C	D
1	1	4		
2	2	12		
3	3	36		
4	4	108		

=B1×3

4) ให้นักเรียนตรวจสอบค่าใน Column B ว่าเป็นลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = 4$ และ $r = 3$

5) ใน Column C จะป้อนค่า S_n ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell C1  

	A	B	C	D
1	1	4		
2	2	12		
3	3	36		
4	4	108		

- ใน Cell C1 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space

Fill Formula
Form =
Range :C1:C1

- ป้อนสูตรผลรวมกด **OPTN** **▼** **4**

1:\$ 2:Grab	1:Min 2:Max 3:Mean 4:Sum	Fill Formula Form =Sum(Range :C1:C1
----------------	-----------------------------------	--

- ระบุ Form ของผลรวมกด

OPTN **1** **ALPHA** **⋮** **OPTN** **1** **1** **ALPHA** **⌂** **ALPHA** **⋮** **1** **)** **=**

Fill Formula Form =Sum(\$B\$1 Range :C1:C1	Fill Formula Form =◀\$B\$1:B1) Range :C1:C1	Fill Formula Form =Sum(\$B\$1:B Range :C1:C1
---	---	--

- กำหนด Range C1:C10 กด

▶ **▶** **▶** **▶** **▶** **▶** **0**

Fill Formula Form =Sum(\$B\$1:B Range :C1:C10

- กด **=** **=** หน้า Column C
จะแสดงค่า C1 – C10

	A	B	C	D
1	1	4	4	
2	2	12	16	
3	3	36	52	
4	4	108	160	
			=Sum(\$B\$1:B1)	

- 6) ใน Column D จะป้อนค่า $\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell D1 กด **▶**

	A	B	C	D
1	1	4	4	
2	2	12	16	
3	3	36	52	
4	4	108	160	

- ใน Cell D1 กด **OPTN** **1**

1:Fill Formula 2:Fill Value 3>Edit Cell 4:Free Space	Fill Formula Form = Range :D1:D1
---	--






- ป้อนสูตรกด **OPTN** **1** **ALPHA** **⋮** **OPTN** **1** **1**

Fill Formula Form =\$B\$1 Range :D1:D1

- กด **(** **1** **=** **3** **x^** **ALPHA**
(←) **1** **)** **)**

Fill Formula Form =◀3^(A1)) Range :D1:D1

- กด       

Fill Formula
Form =
Range :D1:D1

Fill Formula
Form =\$B\$1(1-3^(
Range :D1:D1

- กำหนด Range D1:D10 กด



Fill Formula
Form =\$B\$1(1-3^(
Range :D1:D10

- กด   หน้า Column D

จะแสดงค่า D1 – D10

	A	B	C	D
1	1	4	4	4
2	2	12	16	16
3	3	36	52	52
4	4	108	160	160

=B\$1(1-3^(A1))^(

7) ให้นักเรียนสำรวจค่าที่ได้และบันทึกลงในใบกิจกรรม และจะพบว่าค่าใน Column C จะเท่ากับค่า

ใน Column D จะได้ว่า $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

5. กิจกรรมข้อที่ 2) – 3) มีขั้นตอนการปฏิบัติเช่นเดียวกับกิจกรรมข้อ 1)

6. เมื่อทำกิจกรรมเสร็จทั้ง 3 ข้อ จะสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ คือ $\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

(ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
3. แบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 4
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- 1) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $a_1 = 4$ และ $r = 3$ จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	a_n	S_n	$\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

จากตารางในข้อที่ 1) จะสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

2) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $a_1 = 1$ และ $r = 5$ จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	a_n	S_n	$\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

จากตารางในข้อที่ 2) จะสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

3) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $a_1 = -5$ และ $r = -\frac{1}{2}$ จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	a_n	S_n	$\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

จากตารางในข้อที่ 3) จะสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

จากข้อ 1) – 3) จะสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 4

เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

- 1) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $a_1 = 16$ และ $r = 2$ จงหาผลบวก 15 พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $a_1 = \frac{2}{81}$ และ $r = 3$ จงหาผลบวก 10 พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) ให้ลำดับเรขาคณิตมี $a_1 = 12$ และ $r = \frac{1}{2}$ จงหาผลบวก n พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....

- 4) ให้ลำดับเรขาคณิตมี $a_1 = 10$ และ $r = -\frac{1}{5}$ จงหาผลบวก n พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....